

Contribution pour la « Mission mathématiques »

La Société des agrégés est heureuse de pouvoir être entendue par la « Mission mathématiques » et remercie M. le Député Cédric Villani et M. l'Inspecteur général Charles Torossian pour leur invitation. Elle souhaite que sa contribution, rédigée par MM. Paul Darthos, Paul Flambard et Yann Salmon, membres du Bureau et du Comité, professeurs agrégés de mathématiques exerçant dans le second degré et en classes préparatoires, puisse aider efficacement la mission dans ses réflexions.

Un diagnostic : dans l'enseignement supérieur, des lacunes à combler

Les étudiants entrant actuellement dans l'enseignement supérieur, y compris dans des filières scientifiques sélectives, **présentent d'importantes lacunes en mathématiques**. Par lacunes, on n'entend pas seulement la disparition de certains contenus du programme qui apportaient un recul appréciable aux élèves (équations différentielles, intégration par parties, etc.) mais surtout leur **manque de familiarité avec la pratique réelle des mathématiques** et leur inaptitude, pour un trop grand nombre d'entre eux, à effectuer correctement, efficacement et à bon escient des opérations simples qui continuent pourtant de relever des programmes officiels¹.

Pour être prêts pour l'enseignement supérieur – et pour être en mesure de choisir leur filière d'enseignement supérieur – les lycéens doivent avoir acquis tout au long de l'enseignement secondaire **une aisance avec le calcul numérique et littéral ainsi qu'avec le raisonnement élémentaire, ce qui nécessite également un net renforcement de la maîtrise de la langue française dès le collège**. Ces automatismes étant acquis, on pourra se concentrer, au lycée, à l'établissement d'une familiarité avec le calcul en analyse (limites, dérivation, intégration) et le calcul vectoriel, familiarité qui, à son tour, permettra d'étudier réellement des questions plus complexes.

Surtout, **les exigences affichées dans les programmes officiels doivent être effectives** : au lycée, et spécialement en filière scientifique, il n'est pas bienveillant d'accepter, même partiellement, des raisonnements faux ou lacunaires. Cela conduit les élèves à croire qu'une démonstration est n'importe quel texte qui se termine par la conclusion voulue (« $2k\pi$ est un nombre pair, donc son cosinus est positif »).

En retour, on ne doit pas exposer les élèves à des définitions ou à des pratiques pour lesquelles, *de facto*, l'évaluation sera limitée à l'utilisation de la calculatrice : les contenus doivent permettre de développer des capacités d'analyse et de réflexion. C'est dans cette optique que doit être envisagée l'étude des probabilités et statistiques. Il serait plus raisonnable de se borner à assurer une bonne maîtrise et une bonne compréhension des probabilités sur un univers fini.

¹ Ainsi, outre les difficultés considérables à calculer, il est frappant qu'alors que les programmes officiels du lycée mettent en exergue la résolution de problèmes, plus de la moitié des élèves de MPSI d'un lycée de capitale régionale ne soient pas capables en début d'année de traiter convenablement le problème suivant :

Un enfant reçoit de ses parents la consigne suivante : « Au moment de partir à l'école, regarde le ciel : s'il y a des nuages, alors prends ton parapluie. ». Représentez la consigne parentale par une formule logique en notant n le fait qu'il y a des nuages et p le fait que l'enfant prend son parapluie. Déterminez toutes les situations où, voyant l'enfant dans la rue, on peut constater qu'il a désobéi à cette consigne.

Pour mener à bien ces objectifs, **un renforcement des horaires de mathématiques apparaît nécessaire**. De plus, l'horaire étiqueté « Mathématiques » devrait être entièrement consacré à cette discipline ; l'enseignement de l'informatique peut apporter un éclairage pertinent et complémentaire mais alors il doit être donné en plus des mathématiques et non à leur détriment. Par ailleurs, cet enseignement gagnerait à être réalisé en partie sous forme de travaux pratiques (T.P.) pour bénéficier d'effectifs raisonnables.

Des propositions

La place du calcul dans l'enseignement mathématique (primaire, collège, lycée).

L'un des objectifs fondamentaux du **primaire** doit être la **maîtrise des quatre opérations** de base, en les posant, mais aussi en comprenant leur sens et dans quelle situation les utiliser. La place du numérique dans le quotidien doit aussi pousser à un apprentissage d'utilisation de la calculatrice, voire d'un langage tel que Scratch (initialement conçu pour ce public). Le **raisonnement** doit aussi avoir sa place : en sortant du CM2, un élève doit savoir comprendre et résoudre des problèmes de calcul, de géométrie (calculs de périmètre, d'aire et de volume) et de logique élémentaire.

Au **collège**, sont introduits les nombres entiers relatifs, les nombres décimaux et les nombres rationnels. La **maîtrise et l'usage judicieux des proportions et des fractions** doit être une priorité, ne serait-ce que par leurs utilisations universelles. Les situations de proportionnalité sont l'occasion de donner du sens à ces nombres. En futurs citoyens avertis, la **compréhension et l'interprétation des représentations des données et de la statistique** sont fondamentales. Le calcul littéral doit être introduit progressivement et doit permettre la manipulation d'expressions de type polynomial de deuxième degré, mais aussi la manipulation des exposants. L'apprentissage de l'informatique doit également être progressif, afin de permettre une maîtrise des instructions de base d'un langage en fin de cycle 4 (boucles, conditions).

Au **lycée**, chaque filière fait appel à une variété d'outils de calculs plus ou moins élaborés. Ceux-ci doivent être pris en compte dans la définition des programmes de manière à ce que les élèves puissent en avoir une interprétation concrète (notamment dans les filières professionnelles et technologiques). Ainsi, les lycéens gagneraient à utiliser davantage d'outils mathématiques en physique-chimie et en SVT mais aussi en histoire-géographie, sans que cela ne soit restreint à des EPI ou des TPE artificiels, ni à des applications difficiles à s'approprier. En cela, les liens entre matières doivent permettre l'élaboration progressive d'un langage commun pour que les élèves identifient facilement la place des mathématiques dans les autres matières.

Les paliers d'acquisition pour le calcul et les automatismes (collège, lycée, Licence/ classes préparatoires)

- Fin de CM2 : maîtrise des quatre opérations.
- Fin de 5^e : utilisation du calcul fractionnel, calculs de proportion.
- Fin de 4^e : maîtrise du calcul fractionnel, calculs d'évolution, utilisation du calcul littéral.
- Fin de 3^e : résolution d'équation et d'inéquation du premier degré, maîtrise du calcul littéral.
- Parcours où une maîtrise minimale des mathématiques est requise : calculs d'évolution (réciproques, successives), maîtrise des représentations graphiques (fonctions, statistiques, probabilités).

- Parcours où les mathématiques sont vues comme « science appliquée » : au lycée, étude des fonctions (dérivation, intégration, suites), maîtrise de l'analyse statistique. En CPGE/licence : approfondissement des points précédents, au besoin calcul différentiel, calcul matriciel.
- Parcours scientifiques : au lycée, maîtrise de l'étude des fonctions, équations différentielles de base, géométrie dans le plan, dans l'espace, début du calcul matriciel. En CPGE/licence, maîtrise de l'algèbre linéaire (diagonalisation), de l'algèbre générale (structures de groupe, d'anneau), de l'étude des suites récurrentes, des fonctions de plusieurs variables (surtout dans les cas $d = 2$ et $d = 3$ avec le gradient), des équations différentielles (avec des études de dérivées partielles).

Qu'est-ce qu'un lycéen prêt pour l'enseignement supérieur (en mathématiques) ?

Ce lycéen doit maîtriser les compétences de calcul littéral, fonctionnel, savoir étudier une configuration géométrique plane ou dans l'espace, interpréter des données statistiques et/ou un modèle de probabilités, connaître des modélisations simples et savoir analyser leur pertinence, utiliser des outils informatiques pour réaliser des programmations naïves.

La place du « cours » dans la didactique aujourd'hui au collège et au lycée.

Le cours doit être inséré dans la progression afin d'aider les élèves à comprendre en quoi leurs connaissances actuelles sont insuffisantes ou inefficaces pour traiter un problème, à prendre du recul sur leurs connaissances antérieures, à visualiser l'articulation avec d'autres savoirs et compétences. Il doit être clair et concis afin d'être appris (et surtout compris) avec efficacité.

En guise de conclusion : l'indispensable formation des professeurs

Désireuse d'apporter une vision prospective et de répondre scrupuleusement au questionnaire de la mission, la Société des agrégés souhaite aussi exprimer une vive inquiétude devant le nombre important de postes non pourvus à l'agrégation de mathématiques depuis plusieurs années². L'agrégation externe spéciale, organisée en 2017 pour la première fois, est loin d'avoir eu les effets positifs escomptés³.

L'association considère que **la formation des professeurs des premier et second degrés est un élément indispensable** à la revivification des mathématiques en France. Une rénovation des programmes (qui contiennent déjà de nombreux éléments) n'aura aucun effet sans un personnel hautement qualifié pour enseigner, du primaire jusqu'aux niveaux post baccalauréat.

² L'association remarque que, dans le cadre de « L'atelier de l'agrégation », dispositif de soutien, de parrainage et d'accompagnement des étudiants qu'elle a créé depuis deux ans, seules les mathématiques n'ont fait l'objet d'aucune demande de renseignement ou d'accompagnement (<http://www.societedesagreges.net/atelier/>).

³ Il s'agissait à la fois d'accroître le vivier des candidats et de permettre une meilleure insertion des docteurs dans le monde professionnel. La part des étudiants inscrits ayant composé s'est avérée encore plus faible qu'à l'agrégation externe et, selon le rapport de jury « les docteurs (...) se révèlent parfois fragiles sur les bases des sujets qui composent le programme du concours. Comme on va le voir, cette première édition du concours spécial a en partie conforté cet a priori. » *Rapport de l'agrégation de mathématiques externe spéciale*, p. 4 – 2018.